

**THÈME : UN NOUVEL OUTIL LE CALCUL LITTÉRAL**
**I. Expressions**

 a) Expressions numériques

$$\begin{aligned} 3 \times 5 + 4 \times 2 \\ = 15 + 8 \\ = 23 \end{aligned}$$

est une **expression numérique**.  
On peut la calculer en respectant les règles de priorités

 b) Expression littérale

$$5 \times x + 8 \times 2$$

est une **expression littérale**  
«  $x$  » représente un nombre quelconque. C'est une **variable**.

Une expression littérale est composée de nombres, d'opérations et de lettres.

Exemple : Traduire par une expression littérale l'énoncé suivant :

« Je choisis un nombre, je prends son double et je retranche 4 ».

**Retrancher = Soustraire**

$x$  représente le nombre choisi

On a  $x \times 2 - 4$  On dit qu'on donne une **expression littérale en fonction de  $x$** .

**II. Simplification d'écriture**

Règles : Pour simplifier les écritures, on peut parfois ne pas écrire certains signes  $\times$  :

- Entre un nombre et une lettre      Exemples :  $3 \times a = 3a$   
 $b \times 7 = 7 \times b = 7b$  ( nombre devant)
- Entre deux lettres                      Exemples :  $x \times y = xy$   
 $c \times b = b \times c = bc$  (ordre alphabétique)
- devant une parenthèse                Exemples :  $4 \times (a+3) = 4(a+3)$   
 $(b+7) \times 7 = 7 \times (b+7) = 7(b+7)$   
 $(a+3) \times (b+7) = (a+3)(b+7)$

Vocabulaire :  $3 \times (2+x)$  se dit « 3 fois entre parenthèses 2 plus  $x$  ».  
 $3(2+x)$  se dit « 3 facteur de 2 plus  $x$  ».

Exemple Calculer  $B=2(2x+5)-3y$  pour  $x=4$  et  $y=0,1$

$$\begin{aligned} B &= 2 \times (2 \times x + 5) - 3 \times y \\ &= 2 \times (2 \times 4 + 5) - 3 \times 0,1 \\ &= 2 \times (8 + 5) - 0,3 \\ &= 2 \times 13 - 0,3 \\ &= 26 - 0,3 \\ &= 25,7 \end{aligned}$$

Notations spéciales :

$$\begin{aligned} 1 \times x &= x \\ a \times a &= a^2 \quad \text{On dit « a au carré »} \\ b \times b \times b &= b^3 \quad \text{On dit « b au cube »} \end{aligned}$$

Exemples

Calculer  $C=7-x+x^2+x^3$  pour  $x=2$

$$\begin{aligned} &= 7 - 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 \\ &= 7 - 2 + 4 + 8 \\ &= 5 + 4 + 8 \\ &= 17 \end{aligned}$$

Calculer  $D=2(x-3)^2+4x$  pour  $x=5$

$$\begin{aligned} &= 2(5-3)^2 + 4 \times 5 \\ &= 2 \times 2^2 + 4 \times 5 \\ &= 2 \times 2 \times 2 + 4 \times 5 \\ &= 8 + 20 \\ &= 28 \end{aligned}$$

### III . Remplacer dans une expression littérale

a) Avec une variable

« Je choisis un nombre, je le multiplie par lui-même, puis j'ajoute 7 ».

Expression littérale :  $x$  représente le nombre choisi.  
 $x \times x + 7$

Calculer cette expression littérale pour  $x=5$  ;  $x=10$  puis  $x=0,1$  .

Pour  $x=5$  , on obtient  $5 \times 5 + 7 = 25 + 7 = 32$  .

Pour  $x=10$  , on obtient  $10 \times 10 + 7 = 100 + 7 = 107$  .

Pour  $x=0,1$  , on obtient  $0,1 \times 0,1 + 7 = 0,01 + 7 = 7,01$  .

On remarque que pour les différentes valeurs de  $x$  , les résultats peuvent être différents.

Exemple : On considère l'expression littérale suivante :  $A = 7 \times x - 2 + \frac{x}{2}$

Calculer A pour  $x=1$  puis pour  $x=2$  .

Pour  $x=1$

$$\begin{aligned} A &= 7 \times 1 - 2 + \frac{1}{2} \\ &= 7 - 2 + 0,5 \\ &= 5 + 0,5 \\ &= 5,5 \end{aligned}$$

Pour  $x=2$

$$\begin{aligned} A &= 7 \times 2 - 2 + \frac{2}{2} \\ &= 14 - 2 + 1 \\ &= 12 + 1 \\ &= 13 \end{aligned}$$

b) Avec deux variables

Exemple : On considère l'expression littérale suivante  $B = 5 \times x - 2 \times y + \frac{x}{y}$

Calculer B pour  $x=4$  et  $y=2$  puis pour  $x=9$  et  $y=3$  .

Pour  $x=4$  et  $y=2$

$$\begin{aligned} B &= 5 \times 4 - 2 \times 2 + \frac{4}{2} \\ &= 20 - 4 + 2 \\ &= 16 + 2 \\ &= 18 \end{aligned}$$

Pour  $x=9$  et  $y=3$

$$\begin{aligned} B &= 5 \times 9 - 2 \times 3 + \frac{9}{3} \\ &= 45 - 6 + 3 \\ &= 39 + 3 \\ &= 42 \end{aligned}$$

#### IV . Réduire une expression littérale

Réduire une expression, c'est simplifier son écriture le plus possible.

##### 1) Réduction d'une somme

Pour réduire une somme, on regroupe les termes d'une même nature : les  $x^2$  ensemble, puis les  $x$  ensemble et enfin les valeurs numériques entre elles.

Exemple :

$$\begin{aligned} Z &= 3x^2 - 2 + 2x - x^2 - 5x + 3 \\ Z &= 3x^2 - x^2 + 2x - 5x - 2 + 3 \\ Z &= 2x^2 - 3x + 1 \end{aligned}$$

##### 2) Réduction d'un produit

Règle : « Multiplier plusieurs facteurs peut se faire dans n'importe quel ordre ».

Exemple :

$$3x \times 4 = 3 \times x \times 4 = 3 \times 4 \times x = 12x$$

$$3x \times 4x^2 \times 5 = 3 \times x \times 4 \times x \times x \times 5 = 3 \times 4 \times 5 \times x \times x \times x = 60x^3$$

Rappel :  $x^2 = x \times x$

$$2x \times (-5x) = 2 \times x \times (-5) \times x = 2 \times (-5) \times x \times x = -10x^2$$

**V. Développer un produit**

**Développer, c'est transformer un produit en une somme.**

Pour cela, on utilise la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

**Formules :** Quels que soient les nombres relatifs  $k$ ,  $a$  et  $b$  on a

$$k(a+b) = ka + kb$$

$$k(a-b) = ka - kb$$

Exemples : Développer les expressions suivantes

$A = 3(5+x)$	$B = -3(x+5)$	$C = 2x(6x-4)$	$D = -5x(2x^2-4x+1)$
$A = 3 \times 5 + 3 \times x$	$B = -3x - 15$	$C = 12x^2 - 8x$	$D = -10x^3 + 20x^2 - 5x$
$A = 15 + 3x$			

Il n'est pas obligatoire d'écrire cette étape. Je vous déconseille même de le faire car c'est une source de confusion surtout au niveau des signes. Il vaut mieux gérer les calculs de tête.

**Des exemples un peu plus difficiles :**

$$F = 2(x+3) + 3x(4x+7)$$

On distribue le 2 sur la 1ère parenthèse.

On distribue le  $3x$  sur la 2ème parenthèse.

$$F = 2x + 6 + 12x^2 + 21x$$

$$F = 12x^2 + 23x + 6$$

$$G = -3x(2x+8) - 2(x-3)$$

On distribue le  $-3x$

On distribue le  $-2$

$$G = -6x^2 - 24x - 2x + 6$$

$$G = -6x^2 - 26x + 6$$

**VI. Supprimer les parenthèses dans une somme algébrique**

- Pour ajouter une somme algébrique, on ajoute chaque terme de la somme.
- Pour soustraire une somme algébrique, on soustrait chaque terme de la somme.

Exemples Réduire les 2 expressions suivantes :

$$A = (x^2 + 6x) + (3x^2 - x)$$

$$A = +(x^2 + 6x) + (3x^2 - x)$$

$$A = x^2 + 6x + 3x^2 - x$$

$$A = 4x^2 + 5x$$

La 2ème parenthèse est précédée d'un signe +.

Il n'y a rien devant la 1ère parenthèse c'est comme si c'était un +.

$$B = 3x - (4x - 2) - (-x + 3)$$

$$B = 3x - 4x + 2 + x - 3$$

$$B = 3x - 4x + x + 2 - 3$$

$$B = 0x - 1$$

$$B = -1$$

Le 2ème et le 3ème couple de parenthèses sont précédées d'un signe -.

Il faut donc recopier tout ce qui est à l'intérieur des parenthèses en changeant tous les signes.