

**THEME : GEOMETRIE DANS L'ESPACE**

**I. Rappel : Les prismes droits et les cylindres.****a) Prisme droit :**

**Définition :** Un prisme droit est un solide constitué de :  
 Deux faces polygonales superposables parallèles appelées bases.  
 Des faces latérales rectangulaires perpendiculaires aux bases.

**☑ Remarques :**

La distance entre les bases est appelée la hauteur du prisme droit.  
 La hauteur du prisme droit est perpendiculaire aux deux bases

**Volume = Aire de la base x hauteur**

**☑ Exemple :**

Volume d'un prisme de hauteur  $h = 7$  cm et de base un triangle rectangle dont les cotés de l'angle droit sont 3 cm et 4 cm.

$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$$

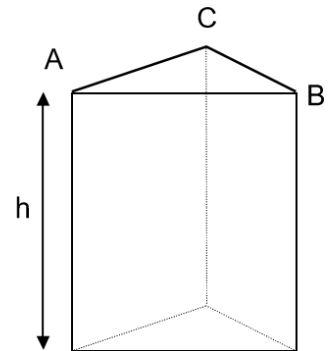
$$= \left( \frac{3 \times 4}{2} \right) \times 7$$

$$= 6 \times 7$$

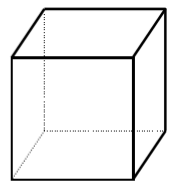
$$= 42$$

**Le volume de ce prisme est de  $42 \text{ cm}^3$**

→ Ici la base est un triangle rectangle.

**✓ Prismes particuliers (Pavé ou parallélépipède rectangle) :**

**Le cube est un prisme droit à base carrée dont la hauteur est égale au côté de la base.  
 Le pavé droit (ou parallélépipède rectangle) est un prisme droit à base rectangulaire.**

**☑ Exemples :**

☒ Volume d'un cube d'arête 7 cm

$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$$

$$= 7 \times 7 \times 7$$

$$= 343$$

**Le volume de ce cube est de  $343 \text{ cm}^3$  .**

→ Ici la base est un carré.

☒ Volume d'un pavé droit de longueur 12 cm, de largeur 5 cm et de hauteur 9 cm.

$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$$

$$= 12 \times 5 \times 9$$

$$= 540$$

**Le volume de ce pavé droit est de  $540 \text{ cm}^3$  .**

→ Ici la base est un rectangle.

**b. Cylindre de révolution :**

**Définition** : un cylindre est un solide qui possède :  
 deux faces circulaires superposables parallèles appelées bases.  
 une face latérale perpendiculaire aux bases.

☑ **Remarques** :

La distance entre les bases est appelée la hauteur du cylindre.

La face latérale rectangulaire a pour longueur le périmètre de la base et pour largeur la hauteur du cylindre.

**Volume = Aire de la base x hauteur =  $\pi \times r^2 \times h$**

☑ **Exemple** :

Calculer le volume d'un cylindre de hauteur  $h = 4$  cm et de rayon  $r = 1,5$  cm.

(valeur exacte et approchée à 0,01 près)

$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$$

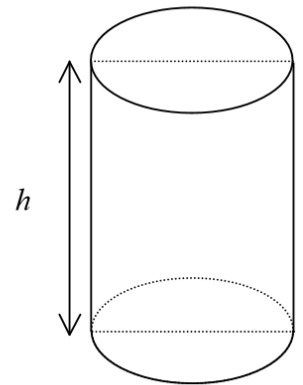
$$= \pi \times r^2 \times h$$

$$= \pi \times 1,5^2 \times 4$$

$$= 9\pi$$

$$\approx 28,27$$

**Le volume de ce cylindre est d'environ  $28,27 \text{ cm}^3$  .**



## II . La pyramide

### A Les caractéristiques d'une pyramide

#### DÉFINITION Pyramide

Une pyramide est un solide formé d'une base polygonale et de faces latérales triangulaires partageant un sommet commun, qui est le sommet de la pyramide.



REMARQUE

Lorsque la base est également un triangle, la pyramide est appelée tétraèdre. N'importe quel triangle peut alors être considéré comme la base.

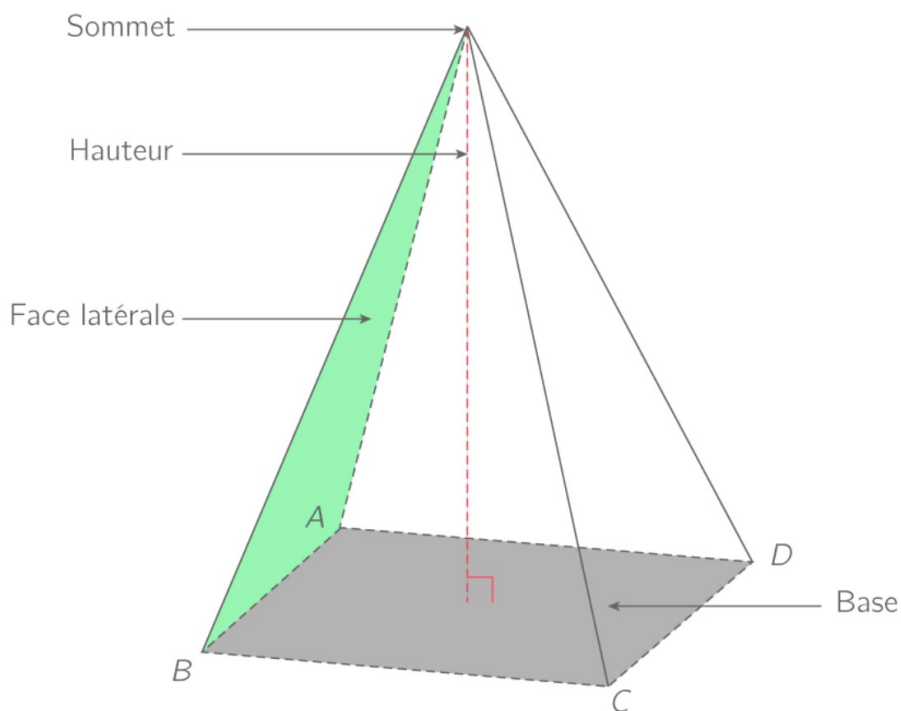
#### DÉFINITION Hauteur d'une pyramide

La hauteur d'une pyramide est le segment perpendiculaire à la base issu du sommet.



REMARQUE

On appelle également hauteur la longueur de ce segment.

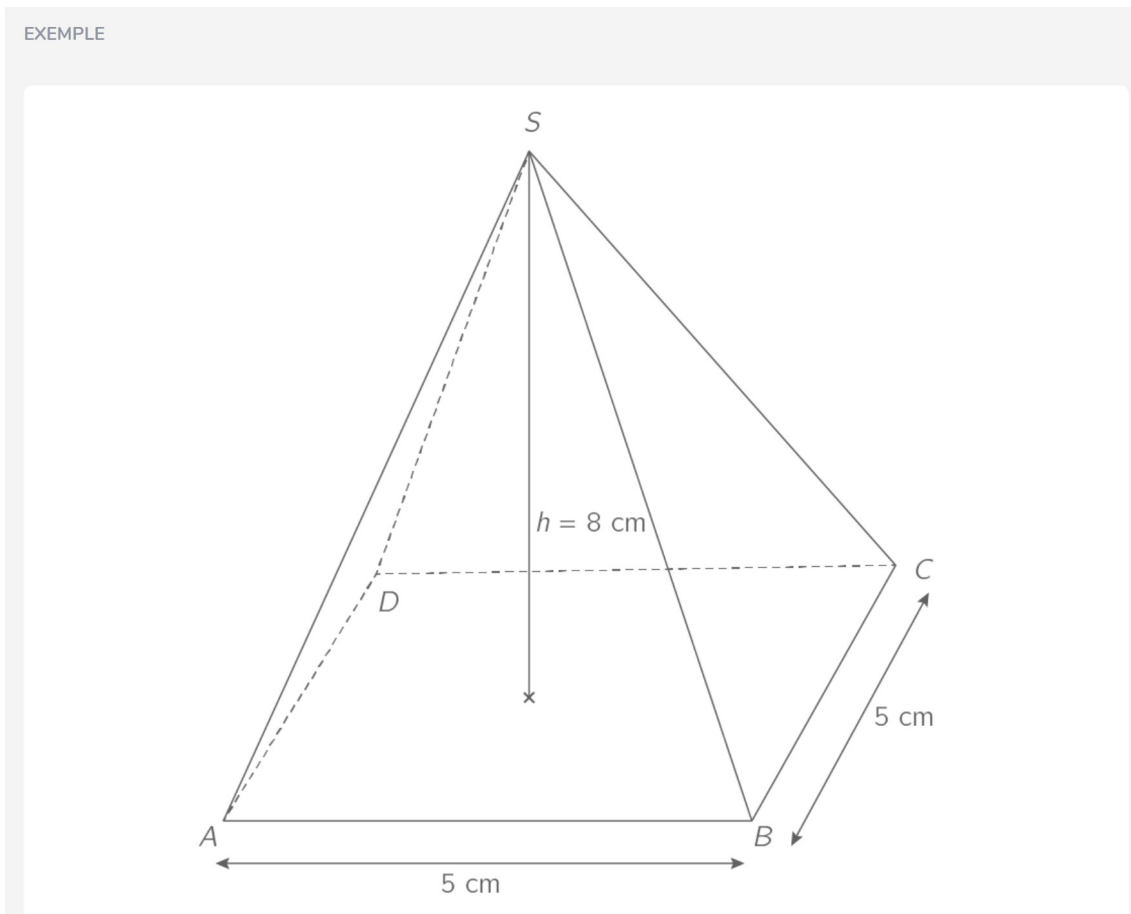


## B Le volume d'une pyramide

### PROPRIÉTÉ

Le volume d'une pyramide est égal à l'aire  $\mathcal{B}$  de sa base multipliée par sa hauteur  $h$ , le tout divisé par 3 :

$$V = \frac{\mathcal{B} \times h}{3}$$



La base carrée ABCD a pour aire :

$$B = 5 \times 5 = 25 \quad \text{L'aire de la base est de } 25 \text{ cm}^2.$$

Le volume de la pyramide est donc :

$$V = \frac{B \times h}{3} = \frac{25 \times 8}{3} = \frac{200}{3} \approx 66,7 \quad \text{Le volume de cette pyramide est d'environ } 66,7 \text{ cm}^3$$



PIÈGE

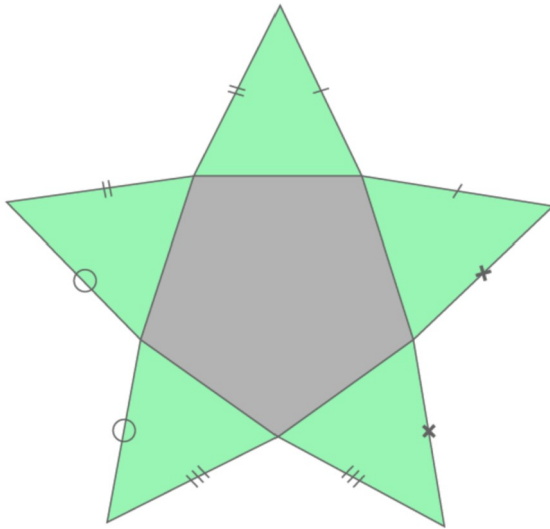
Veiller à exprimer  $B$  et  $h$  dans les mêmes unités.

## C Les patrons d'une pyramide

### DÉFINITION Patron d'une pyramide

Un patron d'une pyramide est une représentation à plat, qu'on obtient en la dépliant suivant ses faces. Il est toujours formé de triangles correspondant à ses faces latérales, ainsi que d'un polygone correspondant à sa base.

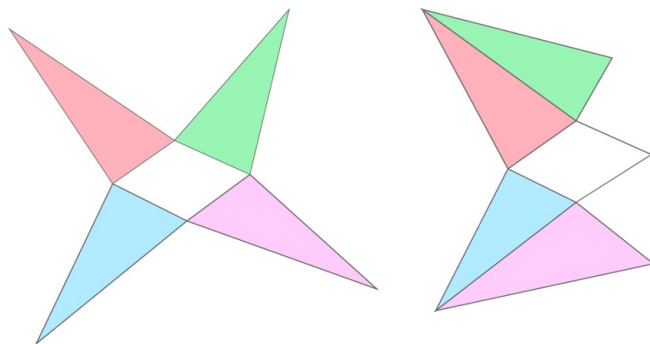
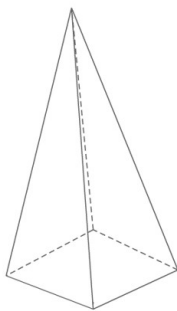
EXEMPLE



REMARQUE

Il existe plusieurs patrons différents d'une même pyramide, suivant l'emplacement des faces latérales.

EXEMPLE



ASTUCE

Pour dessiner un patron de pyramide, il faut imaginer le pliage. On vérifie ainsi que les arêtes qui se superposent ont bien la même longueur.

### III . Le cône de révolution

#### A Les caractéristiques d'un cône de révolution

##### DÉFINITION Cône de révolution

Un cône de révolution est un solide formé d'un disque de base et d'une surface latérale conique possédant un sommet.

##### DÉFINITION Rayon

Le rayon d'un cône de révolution est le rayon de sa base.

##### DÉFINITION Hauteur

La hauteur d'un cône de révolution est le segment perpendiculaire à la base issu du sommet.



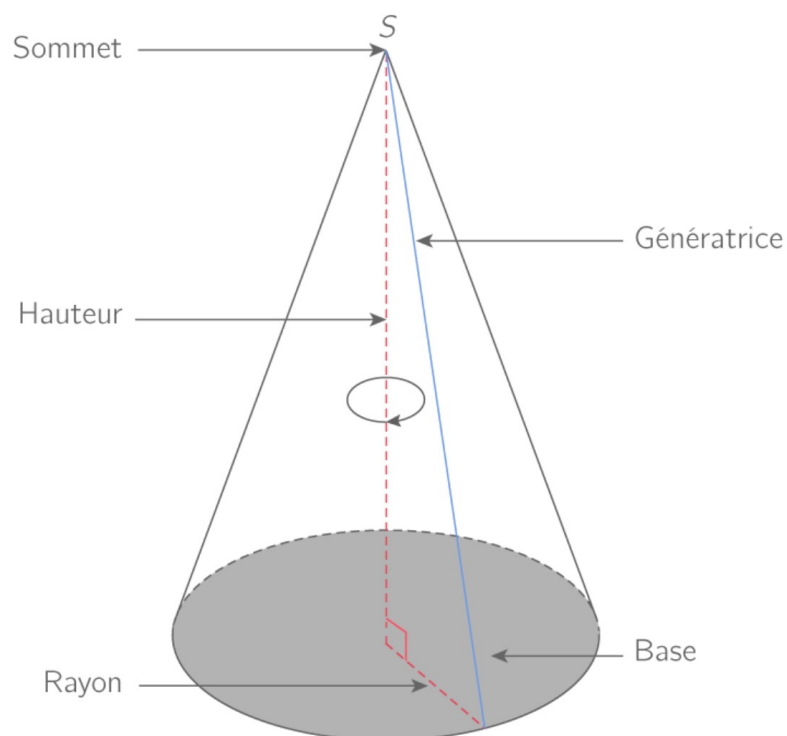
On appelle également hauteur la longueur de ce segment.

REMARQUE



Pour former un cône de révolution, on fait tourner un triangle rectangle autour d'un des côtés de son angle droit. Ce côté est appelé axe de révolution et correspond à la hauteur du cône. L'hypoténuse du triangle rectangle est appelée génératrice.

REMARQUE



## B Le volume d'un cône de révolution

### PROPRIÉTÉ

Le volume d'un cône de rayon  $r$  est égal à l'aire de sa base multipliée par sa hauteur  $h$ , le tout divisé par 3 :

« Pi »  $\rightarrow$

$$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$$

### EXEMPLE



Le volume du cône ci-dessus est :

$$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 3^2 \times 12}{3} = 36\pi$$

Soit  $V \approx 113,1 \text{ cm}^3$ .

Le volume de ce cône est de  $36\pi \text{ cm}^3$  ( Valeur exacte ), soit environ  $113,1 \text{ cm}^3$ .

## C Patron d'un cône de révolution

### DÉFINITION Patron d'un cône

Un patron d'un cône est une représentation à plat, qu'on obtient en le dépliant suivant ses faces. Il est toujours formé d'un secteur circulaire correspondant à sa face latérale, ainsi que d'un disque correspondant à sa base.

EXEMPLE

