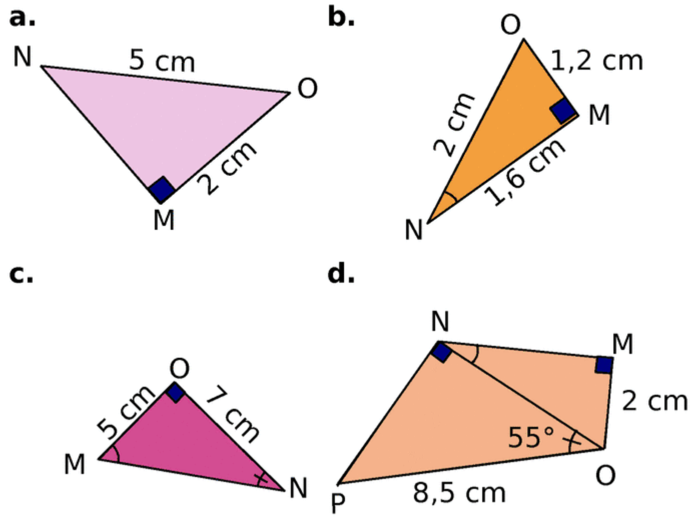
FICHE 4 : CALCULS D'ANGLES DANS DES TRIANGLES RECTANGLES

Exercice 1

Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle $\widehat{MNO}$; donne la valeur arrondie au degré.



a. Dans le triangle MNO rectangle en M : $\sin\widehat{N} = \dfrac{OM}{ON}$

$$\sin\widehat{N} = \frac{2}{5}$$

On utilise la touche arcsin ou $\sin^{-1}$ de la calculatrice (car on cherche un angle) : $\arcsin(\frac{2}{5})$ ou $\sin^{-1}(\frac{2}{5})$.

$$\widehat{N} \approx 24°$$

b. Dans le triangle OMN rectangle en M , comme on a toutes les longueurs, on peut choisir la formule de trigonométrie que l'on veut pour trouver la valeur de l'angle $\widehat{N}$.

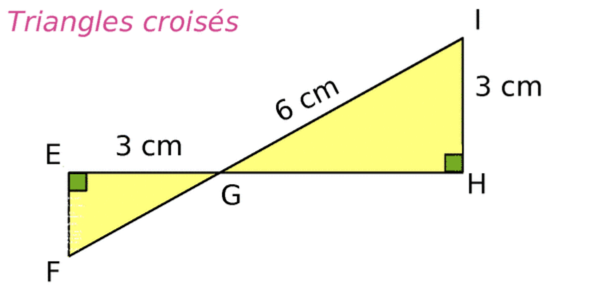
$\cos\widehat{N} = \dfrac{MN}{ON}$ ou $\sin\widehat{N} = \dfrac{OM}{ON}$ ou $\tan\widehat{N} = \dfrac{OM}{MN}$

$\cos\widehat{N} = \dfrac{1{,}6}{2}$ ou $\sin\widehat{N} = \dfrac{1{,}2}{2}$ ou $\tan\widehat{N} = \dfrac{1{,}2}{1{,}6}$

Comme nous cherchons la valeur d'un angle nous allons alors utiliser en fonction de la formule choisir les touches $\arccos, \arcsin\ ou\ \arctan$ de la calculatrice ou $\cos^{-1}, \sin - 1\ ou\ \tan^{-1}$ en fonction des modèles.

$\widehat{N} \approx 37°$ On trouve le même résultat quelque soit la méthode choisie. Ce qui est bien normal !

Exercice 2



a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{IGH}$.

b. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{EGF}$.

c. Calcule les longueurs EF et FG arrondies au dixième.

a. Attention, ici plusieurs triangles à considérer, il faut donc choisir le bon.

Dans le triangle IGH rectangle en H,

$\sin \widehat{G} = \dfrac{IH}{GI}$

$\sin \widehat{G} = \dfrac{3}{6}$

On utilise la touche $\arcsin$ *ou* $\sin^{-1}$ de la calculatrice car cherchons un angle.

$\widehat{G} = 30°$.

En considérant l'angle demandé, on voit que l'on connaît la longueur de son côté Opposé et celle de l'Hypoténuse.
Dans le formule : SOH CAH TOA
Ou CAH SOH TOA
On choisit donc:SOH
Donc la formule du sinus.

b. Les angles $\widehat{IGH}$ et $\widehat{EGF}$ ont le même sommet et leurs côtés dans le prolongement les uns des autres. Ils sont donc opposés par le sommet.
Or : SI 2 angles sont opposés par le sommet ALORS ils ont même mesure.
Ainsi $\widehat{EGF} = 30°$.

c.
Calcul de EF :
Dans le triangle EFG rectangle en E ,

$\tan \widehat{EGF} = \dfrac{EF}{EG}$

$\dfrac{\tan 30°}{1} = \dfrac{EF}{3}$

$EF = 3 \times \tan 30° \div 1$ → VE

$EF \approx 1{,}7$ → VA

Pour le calcul de EF :
On connaît l'angle G , son côté Adjacent et on cherche le côté Opposé.
Dans la formule : SOH CAH TOA
On choisit donc : TOA
Donc la formule de la Tangente.

<u>Calcul de FG</u> :

Pour calculer FG, on peut ensuite appliquer la trigonométrie
mais on pourrait aussi utiliser le théorème de Pythagore en pensant
bien à ne réinvestir que des valeurs approchées.

Méthode 1 : Trigonométrie

Dans le triangle EFG rectangle en E ,

$$\cos\widehat{EGF}=\frac{EG}{GF}$$

$$\frac{\cos 30°}{1}=\frac{3}{GF}$$

$$GF=3\times 1\div\cos 30° \quad \rightarrow \text{ VE}$$

$$GF\approx 3{,}5 \quad \rightarrow \text{ VA}$$

Méthode 2 : Le théorème de Pythagore

Dans le triangle EFG rectangle en E, d’après le théorème de Pythagore :

$$FG^2=EF^2+EG^2$$

$$FG^2=(3\times\tan(30°))^2+3^2$$

$$FG=\sqrt{(3\times\tan(30°))^2+9} \quad \rightarrow \text{ VE}$$

$$FG\approx 3{,}5 \quad \rightarrow \text{ VA}$$

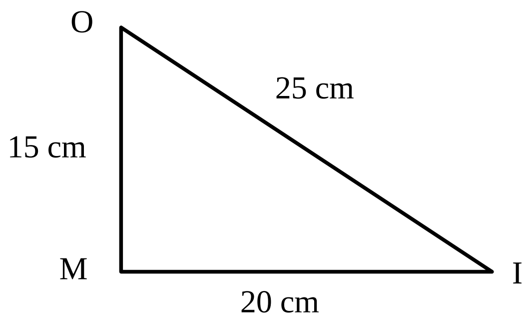
Exercice 3

MOI est un triangle tel que MO = 15 cm, OI = 25 cm et IM = 20 cm.

a. Ce triangle est-il rectangle ? Justifie ta réponse.

b. Calcule la mesure arrondie au degré de chacun des angles de ce triangle.

Dans ce type d'exercice, je vous conseille de toujours commencer par faire un dessin à main levée et d'y reporter les données du texte. Cela donne un visuel qui permet souvent de choisir la bonne méthode de résolution.



a. Dans le triangle MOI le plus grand côté est [OI]

$OI^2 = 25^2$
$= 625$

$OM^2 + MI^2 = 15^2 + 20^2$
$= 225 + 400$
$= 625$

Ainsi $OI^2 = OM^2 + MI^2$, l'égalité de Pythagore est vérifiée.
Le triangle MOI est rectangle en M.

b. Comme le triangle est rectangle, on peut déjà dire que l'angle $\widehat{M} = 90°$.
On peut ensuite appliquer la trigonométrie : comme on connaît toutes les longueurs, on peut choisir la formule que l'on veut.

Dans le triangle MOI rectangle en M : $\cos \widehat{OIM} = \dfrac{MI}{IO}$ $\sin \widehat{MOI} = \dfrac{MI}{OI}$

$\cos \widehat{OIM} = \dfrac{20}{25}$ $\sin \widehat{MOI} = \dfrac{20}{25}$

On utiliser ensuite la touche $\arccos \, ou \cos^{-1}$, $\arcsin \, ou \sin^{-1}$ de la calculatrice selon le modèle :

On obtient $\widehat{OIM} \approx 37°$ et $\widehat{MOI} \approx 53°$ (vérification : somme des angles bien égale à 180°).