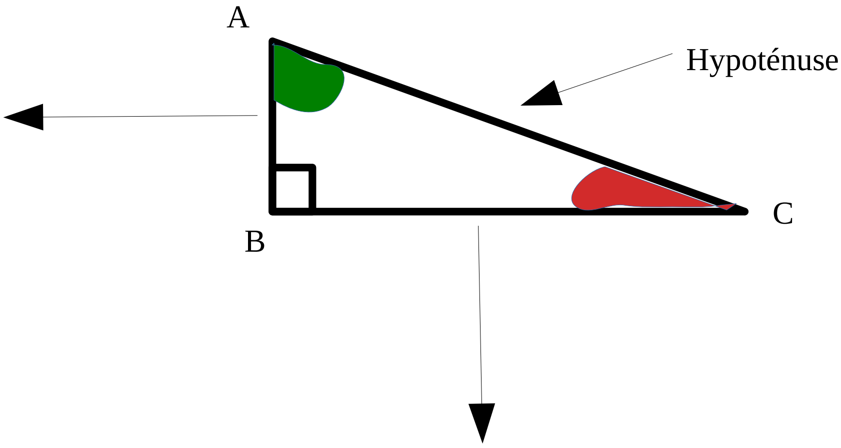
THÈME : CALCULS DANS LES TRIANGLES

I . Vocabulaire et formules

Côté adjacent à l'angle $\widehat{BAC}$
Côté opposé à l'angle $\widehat{ACB}$



Côté opposé à l'angle $\widehat{BAC}$
Côté adjacent à l'angle $\widehat{ACB}$

Formules : Dans un triangle rectangle, on a pour chaque angle aigu :

$$\textit{Tangente de cet angle} = \frac{\textit{longueur du côté opposé à cet angle}}{\textit{Longueur du côté adjacent à cet angle}}$$

$$\textit{Cosinus de cet angle} = \frac{\textit{Longueur du côté adjacent à cet angle}}{\textit{Longueur de l'hypoténuse}}$$

$$\textit{Sinus de cet angle} = \frac{\textit{Longueur du côté opposé à cet angle}}{\textit{Longueur de l'hypoténuse}}$$

En pratique : Dans notre triangle ABC rectangle en B :

Angle aigu	Tangente	Cosinus	Sinus
$\widehat{A}$	$\tan\widehat{A} = \frac{BC}{AB}$	$\cos\widehat{A} = \frac{AB}{AC}$	$\sin\widehat{A} = \frac{BC}{AC}$
$\widehat{C}$	$\tan\widehat{C} = \frac{BA}{CB}$	$\cos\widehat{C} = \frac{CB}{CA}$	$\sin\widehat{C} = \frac{AB}{CA}$

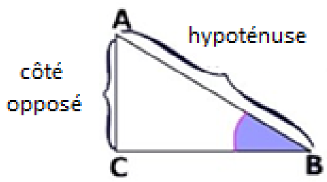
Remarque Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont des nombres compris entre 0 et 1.

Les formules de trigonométrie permettent dans un triangle rectangle de calculer des longueurs ou des angles.

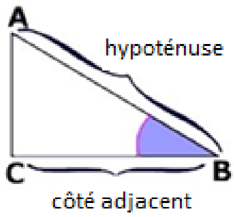
II- Calculs de longueurs

Pour calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle avec SINUS, COSINUS OU TANGENTE, il faut au minimum **un angle et une longueur connus**.

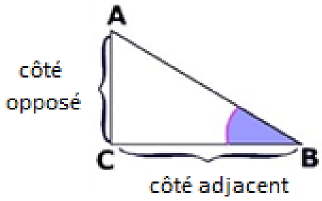
Choisir la bonne formule :



SOH
Sinus



CAH
Cosinus

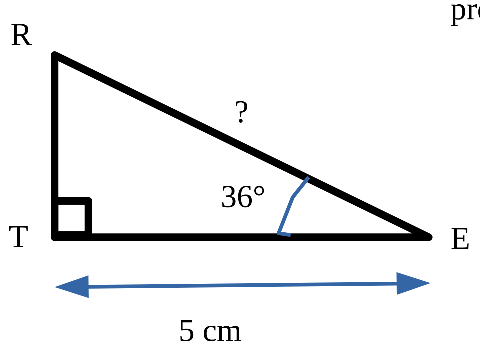


TOA
Tangente

Exemples :

a)

Calculer la valeur exacte puis approchée au dixième près de RE.



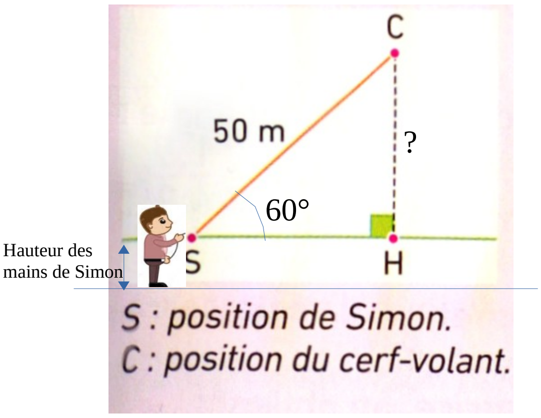
Dans le triangle TRE rectangle en T

$\cos \hat{E} = \frac{TE}{ER}$ soit $\cos 36° = \frac{5}{ER}$

Donc $ER = \frac{5}{\cos 36°}$ $ER \approx 6{,}2\,cm$

b) Simon joue avec son cerf-volant au bord de la plage. La ficelle, qui mesure 50 m, est déroulée au maximum et elle est tendue.
La ficelle fait avec l'horizontale un angle qui mesure 60°.

Calculer la hauteur à laquelle vole le cerf-volant (on donnera la réponse arrondie au mètre près).



S : position de Simon.
C : position du cerf-volant.

Nous avons modélisé la situation par le schéma ci-contre.

Dans le triangle SCH rectangle en H,

$\sin \hat{S} = \frac{CH}{SC}$ soit $\sin 60° = \frac{CH}{50}$

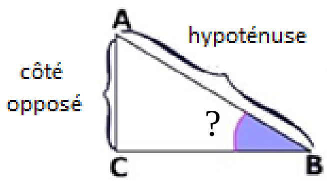
Donc $CH = 50 \times \sin 60°$ $CH \approx 43\,m$

Par contre nous ne connaissons pas la hauteur des mains de Simon ! Nous pouvons l'estimer à 1 m.
Le cerf-volant vole à environ 44 m de hauteur.

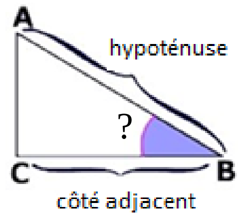
III- Calculs d’angles

Pour calculer la mesure d’un angle aigu dans un triangle rectangle avec SINUS, COSINUS OU TANGENTE, il faut au minimum deux **longueurs connues**.

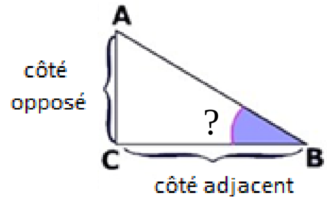
Choisir la bonne formule :



SOH
Sinus



CAH
Cosinus



TOA
Tangente

Sur la calculatrice, on utilisera les touches : CASIO :  ou  ou 

TI :  ou  ou 

Exemples :

a) Soit BIS un triangle rectangle en B tel que : BI = 33 cm et SI = 35 cm.

Calculer au degré près les angles $\hat{S}$ et $\hat{I}$.

Dans le triangle BIS rectangle en B

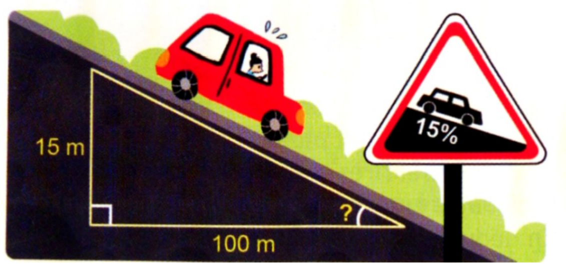
$\cos\hat{I}=\frac{IB}{IS}$ soit $\cos\hat{I}=\frac{33}{35}$ Donc $\hat{I}\approx 19°$

$\sin\hat{S}=\frac{IB}{IS}$ soit $\sin\hat{S}=\frac{33}{35}$ Donc $\hat{S}\approx 71°$

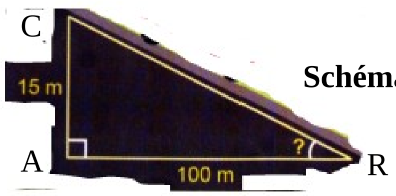
b)

Quelle pente ! Quel angle ?

Une descente de 15 % signifie que pour un déplacement horizontal de 100 mètres on s’élève verticalement de 15 mètres.



Dans le cas d’une pente de 15 %, quel angle la route fait-elle avec l’horizontale ?



Schéma

Dans le triangle CAR rectangle en A, $\tan\hat{R}=\frac{CA}{AR}$ soit $\tan\hat{R}=\frac{15}{100}$ Donc $\hat{T}\approx 8{,}5°$

La route fait un angle d’environ 8,5° avec l’horizontale.

Question supplémentaire qu'on peut se poser après l'ex IIIb)

Est-il plus dangereux de circuler sur une route qui a une pente de 20 % ou de rouler sur une route qui fait un angle de 20° avec l'horizontale ?