Calcul littéral (Partie I)

I. Expressions numériques, expressions littérales

(a) Expression numérique

$$\begin{aligned}&-2\times 5+(+5-8)\\ &=-2\times 5+(-3)\\ &=-2\times 5-3\\ &=-10-3\\ &=-13\end{aligned}$$

est une expression numérique.
On peut la calculer en appliquant les règles de priorités.

(b) Expression littérale

$5x^2+3x+(4x-2)-(x^2+1)$ est une expression littérale .

« x » représente un nombre quelconque. C'est une variable.
Une telle expression littérale peut être réduite , c'est à dire écrite sans parenthèses et avec le moins de termes possibles.

Exemple : $A=5x^2+3x+(4x-2)-(x^2+1)$

$A=5x^2+3x+4x-2-x^2-1$ On supprime les parenthèses en faisant bien attention aux signes.

$A=5x^2-x^2+3x+4x-2-1$ On regroupe les termes en « x^2 » , les termes en « x », puis les nombres.

$A=4x^2+7x-3$ On compte les termes en « x^2 » , les termes en « x », puis les nombres.

II. Développement d'une expression littérale

Développer une expression, c'est transformer un produit en une somme ou une différence.

Pour cela, on peut utiliser formules de distributivité.

(a) Simple distributivité

$$k(a+b)=k\times a+k\times b$$
$$k(a-b)=k\times a-k\times b$$

I. Exemples :

$$\begin{aligned}&3(2x+4)\\ &=3\times 2x+3\times 4\\ &=6x+12\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&3x(x-3)\\ &=3x\times x-3x\times 3\\ &=3x^2-9x\end{aligned}$$

Les résultats obtenus ne contiennent plus de parenthèses.

(b) Double distributivité

$$\boxed{(a+b)(c+d)=a\times c+a\times d+b\times c+b\times d}$$

Exemples : $(x+4)(2x+3)$

$= x\times 2x+x\times 3+4\times 2x+4\times 3$ (ligne si possible à faire de tête)

$=2x^2+3x+8x+12$

$=2x^2+11x+12$ (On réduit toujours le plus possible)

$(x-7)(-3x+4)$ On s'occupe du signe en priorité puis des facteurs

$= - x\times 3x + x\times 4 + 7\times 3x - 7\times 4$

$= - 3x^2 + 4x + 21x - 28$

$=-3x^2+25x-28$

III. Résoudre une équation du 1er degré

Résoudre une équation : Pour résoudre une équation, on dispose des règles suivantes :

Une équation a les mêmes solutions que toutes les équations obtenues en :

R1 : Ajoutant (ou retranchant) un même nombre aux deux membres.

R2 : Multipliant (ou divisant) par un même nombre non nul les deux membres.

Exemples à connaître:

1) Résoudre $3x+1 = 5-2x$

1er membre	=	2ème membre	Méthode
$3x+1$	=	$5-2x$	**On regroupe les termes en x dans un même membre à l'aide de R1.**
$3x+1+2x$	=	$5-2x+2x$	Pour cela, on ajoute $+2x$ des deux côtés.
$5x+1$	=	5	**On regroupe les nombres dans l'autre membre à l'aide de R1.**
$5x+1-1$	=	$5-1$	Pour cela, on soustrait -1 des deux côtés.
$\frac{5x}{5}$	=	$\frac{4}{5}$	**On applique R2 : on divise par le coefficient multiplicateur situé devant le x .**
x	=	$\frac{4}{5}=0{,}8$	**On obtient ainsi la solution de l'équation.**

La solution de cette équation est : $x=\frac{4}{5}$ ou $x=0{,}8$

2) Résoudre $3x+7=2(5x-4)$ Il faut commencer par développer et réduire chaque membre le plus possible.

$3x+7=10x-8$

$3x+7-10x=10x-8-10x$

$-7x+7=-8$

$-7x+7-7=-8-7$

$\frac{-7x}{-7}=\frac{-15}{-7}$ Attention si le coefficient devant x est négatif, il ne faut oublier le $-$ lors de la division.

$x=\frac{15}{7}$

La solution de cette équation est : $x=\frac{15}{7}$

> Lorsque la solution n'a pas d'écriture décimale, on ne donne pas sa valeur approchée.
> On donne la solution sous forme fractionnaire.

3) Résolution de problème :

Monsieur Mathenfolie pense à un nombre, il lui ajoute 20, puis il double le résultat.
Curieusement, il trouve 10 fois le nombre de départ.
A quel nombre M. Mathefolie peut-il bien avoir pensé ?

Etape 1 : Choix de l'inconnue	Soit x le nombre auquel M. Mathenfolie a pensé.
Etape 2 : Mise en équation On développe et on réduit le plus possible.	$(x+20)\times 2=10x$ $2\times(x+20)=10x$ $2x+40=10x$
Etape 3 : Résolution On commence la résolution en appliquant une ou plusieurs fois R1, puis R2	$2x+40-10x=10x-10x$ $-8x+40=0$ $-8x+40-40=0-40$ $\frac{-8x}{-8}=\frac{-40}{-8}$ $x=5$
Etape 4 : Conclusion	M. Mathenfolie a pensé au nombre 5.