

THEME : PROBABILITES

I. Les probabilités : évènements et issues

1. Définitions et vocabulaire

Définition : Une expérience est une expérience aléatoire lorsque l'on ne peut pas prévoir avec certitude quel résultat va se produire.

Les différents résultats possibles s'appellent les issues de l'expérience.

Un évènement est constitué d'une ou plusieurs issues de l'expérience aléatoire.

Exemples : Expérience : On lance un dé à 6 faces non truqué.

Les issues possibles sont : 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

Un évènement peut être : obtenir 1, 2, ..., 6 ou encore obtenir un nombre pair.

Les évènements constitués d'une seule issue sont appelés des évènements élémentaires.

2. Probabilité et fréquence :

Propriété : Si on répète une expérience aléatoire un très grand nombre de fois, la fréquence de n'importe quel évènement de cette expérience finit par se stabiliser et se rapproche de la probabilité de cet évènement.

Cette propriété est appelé la loi des grands nombres.

3. Notion de probabilité

Définition : Pour certaines expériences aléatoires, on peut déterminer par un quotient « la chance » qu'un évènement a de se produire.

Ce quotient est appelé la probabilité de l'évènement.

Notation : Soit A un évènement, on note $p(A)$ la probabilité que l'évènement A se réalise.

La probabilité d'un évènement est égale au quotient :

$$p(A) = \frac{\text{Nombre d'issues favorables à l'évènement A}}{\text{Nombre total d'issues}}$$

Définition : Lorsque tous les évènements élémentaires ont la même probabilité d'être réalisés, on dit qu'il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

Exemple : Reprenons l'expérience aléatoire du dé.

Chaque évènement élémentaire : Obtenir 1, Obtenir 2, ..., Obtenir 6 a une probabilité de $\frac{1}{6}$.

C'est une situation d'équiprobabilité.

Propriété : Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.

Propriété : La somme des probabilités de tous les évènements élémentaires est égale à 1.

Exemple : Pour le lancé de dé, nous avons : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$



II. Les évènements certains, contraires, incompatibles

Définition et propriétés :

- Un évènement est dit **certain** s'il se produit nécessairement.
- La probabilité d'un évènement certain est égale à 1.

Exemple : Un évènement certain pour le lancé de dé pourrait être : « Obtenir un chiffre inférieur à 7 ».

Définition et propriétés :

- Un évènement est dit **impossible** s'il ne peut pas se produire.
- La probabilité d'un évènement impossible est égale à 0.

Exemple : Un évènement impossible pour le lancé de dé pourrait être : « Obtenir un chiffre supérieur à 7 ».

Définition :

- Deux évènements sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se produire en même temps.
- L'évènement **contraire** d'un évènement est celui qui se réalise lorsque l'évènement n'a pas lieu.

Exemple : Pour le lancé de dé, deux évènements incompatibles seraient « Obtenir un chiffre pair » et « Obtenir un chiffre impair ».

Ce sont également des évènements contraires.

Propriété : Soit A un évènement, on note \bar{A} son évènement contraire.

Nous avons $p(A) + p(\bar{A}) = 1$

Exemple : Pour le lancé de dé, si on s'intéresse à l'évènement A : « Obtenir le chiffre 1 » : $p(A) = \frac{1}{6}$

L'évènement contraire est \bar{A} : « Ne pas obtenir 1 » : $p(\bar{A}) = \frac{5}{6}$

On a bien $p(A) + p(\bar{A}) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{6}{6} = 1$.

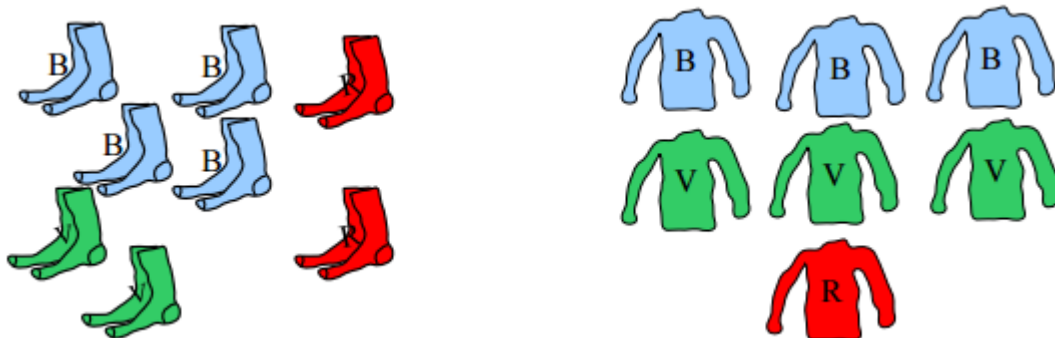
III . Expérience aléatoire à deux épreuves

Etude d'un exemple : s'habiller au radar...

Didier a trois couleurs préférées, qui sont le bleu, le rouge et le vert.

De ce fait dans son armoire, son bac à chaussettes contient 2 paires rouges, 2 paires vertes et 4 paires bleues et sur sa penderie , il y a 3 chemises bleues, 1 chemise rouge et 3 chemises vertes.

Le matin, quand il se réveille il prend d'abord une paire de chaussettes au hasard, puis il prend une chemise sans en regarder la couleur.



Quelle est la probabilité pour que Didier ait ses chaussettes et sa chemise de la même couleur ?

Quelle est la probabilité pour que Didier ait ses chaussettes et sa chemise bleues ?

Quelle est la probabilité pour que Didier ait ses chaussettes et sa chemise rouges ?

Quelle est la probabilité pour que Didier ait ses chaussettes ou une chemises vertes ?

Quelle est la probabilité pour que Didier ait ses chaussettes et sa chemise dépareillées ?