THEME : Vers le théorème de Thalès

I. Des familles de triangles : les triangles semblables

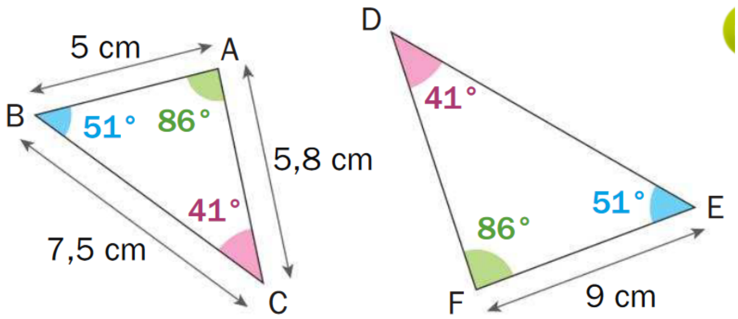
Définition : On dit que deux triangles sont semblables si les angles de l'un ont même mesure que ceux de l'autre.

Propriété :
- Si deux triangles sont semblables alors leurs côtés ont des longueurs proportionnelles.
- Si deux triangles ont des longueurs de côtés proportionnelles alors ils sont semblables.

Applications directes et modèles de rédaction à connaître :

Exercice 10 page 359 :

10 **a.** Que peut-on dire des triangles ABC et DEF ci-contre ?
b. Calculer les longueurs DE et DF.



a) Les triangles ABC et DEF ont des angles égaux deux à deux, ils sont donc semblables.

b) Comme les triangles ABC et DEF sont semblables, les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles.

	Petit côté	Moyen côté	Grand côté
Triangle ABC (cm)	5	5,8	7,5
Triangle DEF (cm)	9	10,44	13,5
Côtés opposés à :	41°	51°	86°

$DF = 5{,}8 \times 9 \div 5 = 10{,}44$
[DF] mesure 10,44 cm.

$DE = 7{,}5 \times 10{,}44 \div 5{,}8 = 13{,}5$
[DE] mesure 13,5 cm.

Exercice 11 page 359 :

11 ABC est un triangle tel que AB = 3 cm, BC = 5 cm et AC = 6 cm.
Dans chaque cas, préciser si ABC et EFG sont semblables.

	EF	FG	GE
a.	3,6 cm	6,5 cm	7,2 cm
b.	10,8 cm	9 cm	5,4 cm

a) Il faut regarder si les longueurs des côtés sont proportionnelles.
Il faut associer « les bons côtés » ensemble : petit avec petit, moyen avec moyen et grand avec grand.

	Petit côté	Moyen côté	Grand côté
Triangle ABC (cm)	3	5	6
Triangle EFG (cm)	3,6	6,5	7,2

Regardons si ce tableau est un tableau de proporitonnalité :

$3{,}6 \div 3 = 1{,}2$
$6{,}5 \div 5 = 1{,}3$ Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.
$7{,}2 \div 6 = 1{,}2$ Les triangles ne sont pas semblables.

b) Même démarche

	Petit côté	Moyen côté	Grand côté
Triangle ABC (cm)	3	5	6
Triangle EFG (cm)	5,4	9	10,8

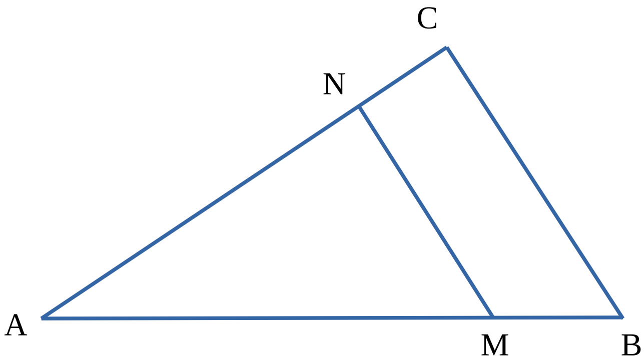
Attention à l'ordre des côtés.

Regardons si ce tableau est un tableau de proporitonnalité :

$5{,}4 \div 3 = 1{,}8$
$9 \div 5 = 1{,}8$ Ce tableau est un tableau de proportionnalité.
$10{,}8 \div 6 = 1{,}8$ Les triangles sont semblables.

II. Le théorème de Thalès

1) Enoncé



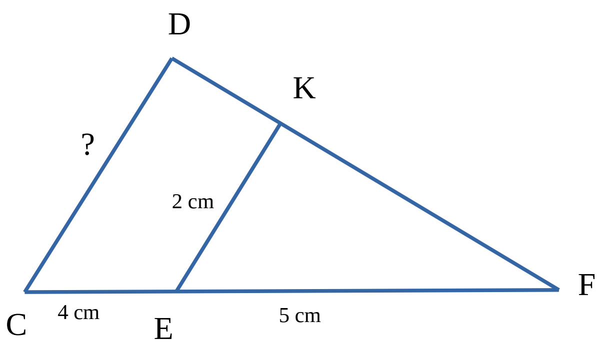
- ABC et AMN sont 2 triangles.
- M est un point de [AB] et N est un point de [AC].
- (MN) // (BC)

alors d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

Remarque : Cette propriété permet de calculer des longueurs de segments dans un type de configuration particulière appelée configuration de Thalès.
Elle découle du fait que les droites (MN) et (BC) étant parallèles, les triangles AMN et ABC sont semblables donc les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles.

2) Exemple redigé (Modèle)



Je sais que :
FEK et FCD sont deux triangles.
K est un point de [FD] et
E est un point de [FC].
(KE) // (DC)
alors d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{FK}{FD}=\frac{FE}{FC}=\frac{KE}{DC}$$

$$\frac{FK}{FD}=\frac{5}{9}=\frac{2}{DC}$$

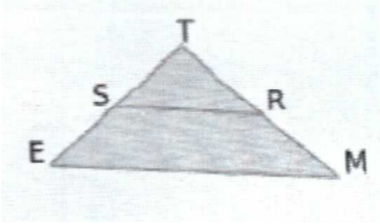
On utilise les produits en croix :

$$DC=2\times9\div5=3,6$$

[DC] mesure 3,6 cm.

III. Comment étudier la position relative de deux droites ?

1) Une méthode pour montrer que deux droites ne sont pas parallèles :



**Sur la figure ci-dessus,
TR = 11 cm ; TS = 8 cm
TM = 15 cm et TE = 10 cm.
Montrer que les droites (RS) et (ME)ne sont pas parallèles.**

$$\frac{TS}{TE}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}=0{,}8 \qquad \frac{TR}{TM}=\frac{11}{15}\neq 0{,}8$$

**Le théorème de Thalès n'est pas vérifié.
Les droites (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.**

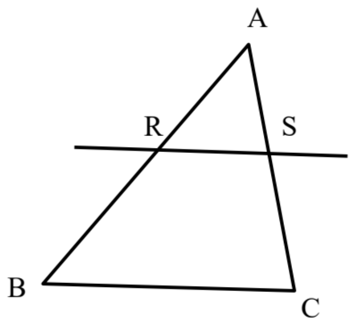
Pour vérifier si les quotients sont égaux, on peut :

- **Regarder les valeurs décimales si elles sont exactes ;**
- **Mettre les fractions au même dénominateur ou en les simplifiant le plus possible avec la calculatrice ;**
- **Vérifier l'égalité des produits en croix.**

2) Une méthode pour montrer que deux droites ne sont pas parallèles :

AR = 6 cm ; AS = 3 cm ; AC = 7 cm ; AB = 14 cm.

Prouve que (RS) // (BC).



$$\frac{AR}{AB}=\frac{6}{14}=\frac{3}{7} \quad \text{et} \quad \frac{AS}{AC}=\frac{3}{7}$$

**Ainsi ARS et ABC sont 2 triangles
R est un point de [AB] et S est un point de [AC]**

$$\frac{AR}{AB}=\frac{AS}{AC}$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès , les droites (RS) et (BC) sont parallèles.